

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Кафедра прикладної математики

В.о. декана факультету
математики і інформатики

Євген МЕНЯЙЛОВ



“27” серпня 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Дискретна теорія ймовірностей

рівень вищої освіти _____ перший (бакалавр) _____

галузь знань _____ 11- Математика та статистика _____

спеціальність _____ 113 – Прикладна математика _____

освітня програма _____ прикладна математика _____

спеціалізація _____

вид дисципліни _____ за вибором _____

факультет _____ математики і інформатики _____

2025/ 2026 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

“26” серпня 2025 року, протокол № 10

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ: *Півень Олексій Леонідович*, канд. фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики

Програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики

Протокол від “26 ” серпня 2025 року № 13

Завідувач кафедри прикладної математики



(підпис) Валерій КОРОБОВ
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньої професійної програми Прикладна математика

Гарант освітньої професійної програми Прикладна математика



(підпис) Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики

Протокол від “26 ” серпня 2025 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



(підпис) Євген МЕНЯЙЛОВ
(прізвище та ініціали)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Дискретна теорія ймовірностей” складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки
бакалавр

Спеціальності(напрямку) 113 прикладна математика

спеціалізації

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є надання майбутнім спеціалістам знань в галузі дискретної теорії ймовірностей та використанні її методів в моделюванні і аналізі реальних об'єктів і процесів

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

Основними завданнями вивчення дисципліни є навчити студентів розв'язувати задачі дискретної теорії ймовірностей, застосувати її методи до розв'язування задач життєдіяльності.

1.3. Кількість кредитів 4

1.4. Загальна кількість годин* 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
за вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	
Семестр	
4-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
Індивідуальні завдання	

* у разі формування малочисельних груп обсяг аудиторного навчального навантаження, відведеного на вивчення навчальної дисципліни, зменшується відповідно до Положення про планування й звітування науково-педагогічних працівників Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна.

1.6. Перелік компетентностей, що формує дана дисципліна

ІК01.Здатність розв'язувати складні компетентність спеціалізовані задачі та практичні проблеми прикладної математики у професійній діяльності або у процесі навчання, що

передбачає застосування математичних теорій та методів і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК06. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.

ФК17. Здатність розуміти математичні доведення, запропонувати оригінальні доведення, встановлювати їх правильність і отримувати висновки.

1.7. Перелік результатів навчання, що формує дана дисципліна

РН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.

РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної та диференціальної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

РН21. Демонструвати розуміння загальних принципів побудови математичних теорій, основних понять логіки, уміти формулювати та доводити математичні твердження.

РН22. Уміти отримувати змістовні висновки, наводити та аналізувати приклади і контрприкладів, перевіряти і обґрунтовувати правильність застосованих міркувань і отриманих розв'язків.

1.8. Пререквізити: ОК9 Дискретна математика.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Ймовірності подій.

Тема 1. Випадкові події та їх ймовірності.

Означення випадкової події та її ймовірності у випадку не більш ніж зліченої кількості елементарних подій. Властивості ймовірності подій. Дискретний ймовірнісний простір.

Тема 2. Умовні ймовірності.

Означення та властивості умовної ймовірності. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.

Тема 3. Незалежні події.

Означення незалежності подій у сукупності. Відмінність незалежності подій у сукупності та попарної незалежності.

Тема 4. Схема Бернуллі.

Послідовність незалежних випробувань. Теорема Пуассона. Поліноміальне узагальнення схеми Бернуллі.

Розділ 2. Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики

Тема 5. Дискретні випадкові величини та їх розподіли.

Означення дискретної випадкової величини. Таблиця розподілу дискретної випадкової величини. Функція розподілу дискретної випадкової величини та її властивості.

Тема 6. Дискретні випадкові вектори.

Означення дискретного випадкового вектору. Функція розподілу дискретного випадкового вектору.

Тема 7. Двовимірні випадкові вектори.

Таблиця розподілу двовимірного випадкового вектору. Розподіл компонент двовимірного випадкового вектору. Умовні розподіли випадкових величин.

Тема 8. Незалежні випадкові величини.

Означення незалежних випадкових величин. Властивості незалежних випадкових величин.

Тема 9. Числові характеристики випадкових величин.

Математичне сподівання, дисперсія, моменти дискретної випадкової величини та їх властивості

Тема 10. Основні розподіли дискретних випадкових величин та їх числові характеристики.

Біноміальний розподіл. Розподіл Пуассона. Геометричний розподіл.

Тема 11. Твірні функції дискретних випадкових величин.

Означення та властивості твірної функції дискретної випадкової величини. Обчислення моментів за допомогою твірної функції. Розподіл суми незалежних випадкових величин.

Тема 12. Коваріація та коефіцієнт кореляції дискретних випадкових величин.

Означення, властивості та обчислення коваріації та коефіцієнту кореляції дискретних випадкових величин.

Розділ 3. Скінченні ланцюги Маркова та їх властивості

Тема 13. Скінченні ланцюги Маркова.

Означення ланцюга Маркова. Перехідна матриця та граф станів ланцюга Маркова. Ймовірності станів ланцюга Маркова.

Тема 14. Ергодичні та регулярні ланцюги Маркова.

Означення ергодичного та регулярного ланцюга Маркова. Теорема про граничні ймовірності регулярного ланцюга Маркова.

Тема 15. Поглинаючі ланцюги Маркова.

Поглинаючий стан ланцюга Маркова та поглинаючі ланцюги Маркова. Канонічна форма матриці переходів ланцюга Маркова.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин												
	Денна форма						Заочна форма						
	Усього	у тому числі					Усього	у тому числі					
		л	п	лаб	інд	ср		л	п	лаб	інд	ср	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Розділ 1. Ймовірності подій.													
Тема 1. Випадкові події та їх ймовірності.	10	2	4			4							
Тема 2. Умовні ймовірності.	7	2	2			3							
Тема 3. Незалежні події.	7	2	2			3							
Тема 4. Схема Бернуллі.	7	2	2			3							
Разом за розділом 1	31	8	10			13							
Розділ 2. Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики													
Тема 5. Дискретні випадкові величини та їх розподіли.	8	2	2			4							
Тема 6. Дискретні випадкові вектори.	10	4	2			4							
Тема 8. Незалежні дискретні випадкові величини.	8	2	2			4							
Тема 9. Числові характеристики випадкових величин.	10	4	2			4							
Тема 10. Основні розподіли дискретних випадкових величин та їх числові характеристики	8	2	2			4							
Тема 11. Твірні функції дискретних випадкових	9	2	2			5							

величин.												
Тема 12. Коваріація та коефіцієнт кореляції дискретних випадкових величин.	9	2	2			5						
Разом за розділом 2	62	18	14			30						
Розділ 3. Скінченні ланцюги Маркова та їх властивості												
Тема 13. Скінченні ланцюги Маркова.	8	2	2			4						
Тема 14. Ергодичні та регулярні ланцюги Маркова.	8	2	2			4						
Тема 15. Поглинаючі ланцюги Маркова	7	2	2			3						
Контрольна робота	4		2			2						
Разом за розділом 3	27	6	8			13						
Усього годин	120	32	32			56						

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Випадкові події та їх ймовірності. Класичне означення ймовірності	4
2	Умовні ймовірності.	2
3	Незалежні події	2
4	Схема Бернуллі	2
5	Дискретні випадкові величини	2
6	Двовимірні випадкові вектори	2
7	Незалежні дискретні випадкові величини	2
8	Числові характеристики випадкових величин	2
9	Основні розподіли дискретних випадкових величин та їх числові характеристики	2
10	Твірні функції дискретних випадкових величин	2
11	Коваріація та коефіцієнт кореляції дискретних випадкових величин	2
12	Скінченні ланцюги Маркова	2
13	Ергодичні та регулярні ланцюги Маркова	2
14	Поглинаючі ланцюги Маркова	2
15	Контрольна робота	2
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Виконання домашніх завдань за розділом «Ймовірності подій»	13
2	Виконання домашніх завдань за розділом «Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики»	30

3	Виконання домашніх завдань за розділом «Скінченні ланцюги Маркова та їх властивості»	13
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені робочим планом

7. Методи навчання

Частково-пошукові і проблемні лекції, пояснення, розрахунково-ілюстративні і пояснювально-ілюстративні методи при проведенні практичних занять, консультації.

8. Методи контролю

Методи контролю. Перевірка домашніх робіт, перевірка контрольних робіт, поточний контроль на практичних заняттях, поточний контроль на лекціях, проведення заліку.

9. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Залікова робота	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом		
T1–T8	T9–T15				
10	10	40	60	40	100

T1, T2... – теми розділів.

Не передбачається мінімальна кількість балів з навчальної дисципліни, яку здобувач вищої освіти повинен набрати під час поточного контролю, самостійної роботи, контрольної роботи для допуску до складання підсумкового контролю (заліку).

Критерії оцінювання

Поточний контроль: 20 балів - бали нараховуються за виконання домашніх завдань і активність під час практичних занять.

Контрольна робота оцінюється до 40 балів і складається з 8 завдань, максимальна оцінка за кожне з завдань-5 балів:

- (а) обчислення незакінчені або містять суттєві помилки — 0–1 бал;
- (б) обчислення правильні, можливі незначні помилки, але обґрунтування не наведено — 2–3 бали;
- (с) обчислення правильні, можливі незначні помилки, наведено повне обґрунтування — 4–5 балів.

Підсумкова залікова робота складається з 4 завдань:

1. У завданні 1 максимальна оцінка 10 балів.

- (а) твердження сформульовано з помилками— 0–4 бали;
- (б) твердження сформульовано з незначними помилками та без прикладів. — 6–8 балів;
- (с) твердження сформульовано вірно, наведено приклади — 9–10 балів.

2. У завданнях 2, 3, 4 максимальна оцінка 10 балів:

- (а) обчислення незакінчені або містять суттєві помилки — 0–4 бали;
 (б) обчислення правильні, можливі незначні помилки, але обґрунтування не наведено — 5–7 балів;
 (с) обчислення правильні, можливі незначні помилки, наведено повне обґрунтування — 8–10 балів.

Бали, отримані за виконання всіх завдань, сумуються (максимальна кількість – 40 балів) і додаються до балів, отриманих за практичні завдання. Максимальна сума – 100 балів. Оцінка виставляється за стандартною шкалою оцінювання.

Шкала оцінювання: дворівнева

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50-100	зараховано
1-49	не зараховано

10. Рекомендована література Основна література

1. Турчин В.М. Теорія ймовірностей та математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі. – Дніпропетровськ, 2014.–556 с.
https://mst-mmfdnu.dp.ua/download/books/TurchynVM_PTaMS_2014.pdf
2. Погоруй А. О. Вступ до теорії випадкових процесів : навчальний посібник / А. О. Погоруй, О. А. Чемерис – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2020. – 70 с.
<https://eprints.zu.edu.ua/31253/>
3. Кучук Г. А. Теорія ймовірностей. Частина 1 / Г. А. Кучук, Н. Г. Кучук: навчальний посібник. – Харків : НТУ «ХПІ», 2024. – 229 с.
<https://repository.kpi.kharkov.ua/items/79a23e69-326f-4c74-be65-db9aa0d2ae68>
4. Практикум з теорії ймовірностей : навчальний посібник для студентів інженерно-технічних спеціальностей / О. С. Мазманішвілі, О. С. Мельников.– Харків : НТУ «ХПІ». Видавець : О. А. Мірошніченко, 2025.– 320 с
5. <https://repository.kpi.kharkov.ua/entities/publication/1f9d60aa-93a6-4d00-940b-0942f46b0052>

Допоміжна література

1. Pierre Brémaud, Discrete Probability Models and Methods. Probability on Graphs and Trees, Markov Chains and Random Fields, Entropy and Coding// Springer-Verlag, 2017.—561 p.
2. Карташов М.В. Ймовірність, процеси, статистика . Посібник. – К.: Видавничо - поліграфічний центр «Київський університет», 2008.– 494 с
3. Kemeny J.G., Snell , Finite Markov Chains, D. Van Nostrand Company; Second Edition (January 1, 1963)

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

Сайт кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка

<https://probability.knu.ua>